

Задача .

Количество изготавливаемых за смену одинаковых деталей рабочими 4-го и 5-го разрядов характеризуется следующими данными:

Количество изготавливаемых деталей, шт.	Порядковый номер рабочего					
	1	2	3	4	5	6
Рабочие 4-го разряда	7	8	9	10	-	-
Рабочие 5-го разряда	9	9	11	10	12	14

Определите:

- 1) общую и групповые средние величины выработки деталей для рабочих 4-го и 5-го разрядов;
- 2) общую и внутригрупповые дисперсии выработки деталей;
- 3) среднюю из внутригрупповых дисперсий;
- 4) межгрупповую дисперсию.

Проверьте правило сложения дисперсий.

Решение.

- 1) общую и групповые средние величины выработки деталей для рабочих 4-го и 5-го разрядов;

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{4}(7+8+9+10) = 8.5 \text{ шт.}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{1}{6}(9+9+11+10+12+14) = 10.83 \text{ шт.}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{10}(7+8+9+10+9+9+11+10+12+14) = 9.9 \text{ шт}$$

- 2) общую и внутригрупповые дисперсии выработки деталей;

$$\sigma_x^2 = \overline{X^2} - (\bar{X})^2$$

$$\overline{X^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

$$\overline{X^2}_1 = \frac{1}{4}(7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2) = 73.5$$

$$\sigma_{x_1}^2 = 73.5 - (8.5)^2 = 1.25$$

$$\overline{X^2}_2 = \frac{1}{6}(9^2 + 9^2 + 11^2 + 10^2 + 12^2 + 14^2) = 120.5$$

$$\sigma_{x_2}^2 = 120.5 - (10.83)^2 = 3.14$$

$$\overline{X^2} = \frac{1}{10}(7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 9^2 + 9^2 + 11^2 + 10^2 + 12^2 + 14^2) = 101.7$$

$$\sigma_x^2 = 101.7 - (9.9)^2 = 3.69$$

- 3) среднюю из внутригрупповых дисперсий;

$$\overline{\sigma_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_x^2 n_i}{n} = \frac{1.25 \cdot 4 + 3.14 \cdot 6}{10} = 2.38$$

4) межгрупповую дисперсию.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2 n_i}{\sum n_i}$$

$$\delta^2 = \frac{1}{10} \left((8.5 - 9.9)^2 \cdot 4 + (10.83 - 9.9)^2 \cdot 6 \right) = 1.31$$

Правило сложения дисперсий

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2 = 2.38 + 1.30 = 3.69$$